Rectas tangentes

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

↓

$$m = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$ siempre que el límite exista.

- Definición equivalente:

- Si $h = x - a$, entonces la pendiente de la recta tangente se transforma en:

$$m = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- Ejemplo:

- $y = f(x) = \sqrt{x-1}$ $\quad x = 5$

- $f(5) = \sqrt{5-1} = 2$

- $m = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{(5+h)-1} - 2}{h} \rightarrow m = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h}$

- $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h} \cdot \frac{\sqrt{4+h} + 2}{\sqrt{4+h} + 2} = \lim_{h \to 0} \frac{4+h-4}{h(\sqrt{4+h}+2)} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{4+h}+2} =$

$$\frac{1}{\sqrt{4+0}+2} = m = \frac{1}{4}$$

$$y - f(a) = m(x - a)$$

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 5)$$

$$y = \frac{x}{4} - \frac{5}{4} + 2$$

$$y = \frac{x}{4} + \frac{3}{4}$$

Derivada de f en un $x = a$

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$, si el límite existe

- Ejemplo:

- Derivada de $f(x) = x^3$ en $x = 3$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(3+h)^3 - 27}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(27 + 27h + 9h^2 + h^3) - 27}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(27 + 9h + h^2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} 27 + 9h + h^2 = 27$$